



e-ISSN Number
2655 2967

Available online at <https://jurnal.teknologiindustriumi.ac.id/index.php/JCPE/index>

Journal of Chemical Process Engineering

Volume 5 Nomor 1 (2020)



SINTA Accreditation
Number 28/E/KPT/2019

Pemodelan Empirik Desulfurisasi Batubara Secara Flotasi Dengan Metode Rayleigh

(Empirical Modeling of Coal Desulfurization by Flotation Using Rayleigh Method)

Andi Aladin

Jurusan Teknik Kimia Fakultas Teknologi Industri UMI Jl. Urip Sumoharjo Km-5,
Kampus II UMI, Makassar, Indonesia

Inti Sari

Model empirik penting untuk diciptakan berdasarkan data empirik berupa data penelitian atau pengamatan yang diperoleh guna mengungkapkan dalam bahasa matematik terhadap fenomena riil (empirik) yang diamati. Model empirik bermanfaat untuk mengeneralisasi suatu fenomena, sehingga dengan model empirik tersebut bisa dilakukan prediksi baik secara ekstrapolasi maupun intrapolasi hingga pada batas tingkat toleransi tertentu. Dalam artikel ini disajikan langkah-langkah menyusun model empirik berdasar data empirik hasil penelitian dengan contoh kasus fenomena desulfurisasi batubara dengan cara flotasi menggunakan surfaktan *crud palm oil* (CPO). Pemodelan empirik dilakukan berbasis analisis dimensi menggunakan metode *Rayleigh*. Diperoleh model empirik desulfurisasi batubara

Kata Kunci: Desulfurisasi, flotasi, kelompok tidak berdimensi, model empirik, Rayleigh

$$R = 0,0153 \left\{ 20,049 \left(\frac{v \cdot t}{V} \right) - 1,5272 \left(\frac{v \cdot t}{V} \right)^2 \right\} \left\{ 91084 \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right) - 3E7 \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^2 \right\}$$

dimana R : Recovery Sulfur (%); v: Laju alir udara, t : Waktu flotasi, V: volume; dan \bar{d}_p : Diameter batubara rata-rata. Tingkat validasi persamaan empirik ini cukup baik dengan ralat 2,78%.

Key Words : *Desulfurization, flotation, dimensionless groups, empirical models, Rayleigh.*

Abstract

Empirical models are important to be created based on empirical data in the form of research or observation data obtained in order to express in mathematical language the observed (empirical) real phenomena. Empirical models are useful to generalize a phenomenon, so that empirical models can be predicted both extrapolated and intrapolated to a certain tolerance level. In this article, the steps to develop an empirical model based on empirical data are the results of research with an example of the case of coal desulfurization by flotation using surfactant crud palm oil (CPO). Empirical

Published by

Department of Chemical Engineering
Faculty of Industrial Technology
Universitas Muslim Indonesia, Makassar

Address

Jalan Urip Sumohardjo km. 05 (Kampus 2 UMI)
Makassar- Sulawesi Selatan

Corresponding Author

andi.aladin@umi.ac.id



Journal History

Paper received : 11 Februari 2020
Received in revised : 17 Maret 2020
Accepted: 16 Mei 2020

modeling is based on dimensional analysis using the Rayleigh method. Obtained empirical model of coal desulfurization.

$$R = 0,0153 \left\{ 20,049 \left(\frac{v \cdot t}{V} \right) - 1,5272 \left(\frac{v \cdot t}{V} \right)^2 \right\} \left\{ 91084 \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right) - 3E7 \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^2 \right\}$$

where R: Sulfur Recovery (%); v: air flow rate, t: flotation time, V: volume; and \bar{d}_p : Average coal diameter. The validation level of this empirical equation is quite good with a 2.78% error.

PENDAHULUAN

Pengertian empirik adalah suatu keadaan yang berdasarkan pada kejadian nyata yang pernah dialami. Kejadian tersebut bisa diperoleh melalui penelitian, observasi atau eksperimen. Jadi bukan berdasarkan prediksi, simulasi, analogi, ekstrapolasi, interpolasi, atau sejenisnya yang bukan fakta riil. Data empirik artinya data riil berdasarkan pengamatan langsung. Rumus atau model empirik artinya model yang diciptakan berdasarkan data-dara empirik. Namun kemudian untuk dimaklumi bahwa data hasil hitungan berdasarkan rumus empirik tidak disebut data empirik melainkan disebut sebagai data hasil hitungan atau data simulasi.

Model empirik penting untuk diciptakan berdasarkan data empirik berupa data penelitian atau pengamatan yang diperoleh guna mengungkapkan dalam bahasa matematik terhadap fenomena riil (empirik) yang diamati. Model empirik bermanfaat untuk lebih mengeneralisasi suatu fenomena, sehingga dengan model empirik tersebut bisa dilakukan prediksi baik secara ekstrapolasi maupun intrapolasi hingga pada batas tingkat toleransi tertentu. Suatu peristiwa atau fenomena yang sangat kompleks yang dipengaruhi banyak variabel (multivariabel) maka akan menghasilkan model empirik yang kompleks pula, dan biasanya konstrainnya cukup ketat dan karenanya aplikasinya pun cukup terbatas. Model empirik yang kompleks sekalipun aplikasinya cukup terbatas, namun tentu masih sangat bermanfaat dibanding tidak ada sama sekali model yang dapat dipakai untuk memprediksi atau mensimulasi suatu fenomena, (Atmojo, P.S., dkk, 2014).

Pemisahan dengan flotasi telah digunakan dalam pengolahan batubara sebagai mineral yang dapat terapung alami atau dengan bantuan frother dan surfaktan. Pengolahan batubara secara flotasi dimaksudkan untuk *upgrading* yaitu mendapatkan *fine coal* (Bayrak and O'Donnell; 2004), dalam hal ini

flotasi digunakan untuk mereduksi kandungan sulfur pirit (Kirk and Othmer, 1980, McKetta 1993) bahkan juga sekaligus mereduksi kandungan ash batubara (Aladin, A. 2019). Pemisahan secara flotasi dipengaruhi antara lain penggunaan kolektor yang berfungsi sebagai surfaktan dan frother. Kolektor khusus untuk flotasi batubara yang lazim digunakan adalah *Metilisobutil carbinol* atau *4-metil-2-pentenol* (MIBC) namun bahan kimia ini cukup mahal. Dalam contoh kasus pada penelitian ini dipelajari penggunaan surfaktan alternatif menggantikan MIBC yaitu sabun dari *Crude Palm Oil* (CPO) dimana harga lebih murah dan reaktifitasnya lebih tinggi dibanding MIBC. Penggunaan CPO sebagai surfaktan dalam desulfurisasi batubara secara flotasi merupakan kebaruan utama dalam temuan penelitian ini, telah dipatenkan dengan nomor Paten: IDP000036090 (Aladin, A, dkk, 2014).

Dalam artikel ini disajikan langkah-langkah menyusun model empirik berdasar data empirik yaitu hasil penelitian dengan contoh kasus fenomena desulfurisasi batubara dengan cara flotasi menggunakan surfaktan *crud palm oil* (CPO). Pemodelan empirik dilakukan berbasis analisis dimensi menggunakan metode *Rayleigh*.

Data empirik dan formulasi objektif

Berbagai variabel yang dapat berpengaruh terhadap kinerja desulfurisasi, 6 diantaranya diamati dalam penelitian untuk menurunkan kadar sulfur (*desulfurisasi*) batubara secara flotasi menggunakan surfaktan CPO. Keenam variabel tersebut adalah waktu flotasi (t), dimensi kolom flotasi berupa rasio tinggi dan diameter kolom (LpD), pH campuran, laju alir udara (v), rasio campuran surfaktan CPO terhadap bahan batubara (Rt), dan ukuran butiran batubara (\bar{d}_p) (Aladin, A, dkk 2006). Adapun data selengkapnya

recovery sulfur sebagai fungsi ke enam variabel tersebut disajikan dalam tabel 4 lampiran di bawah.

Keenam variabel penelitian tersebut belum diketahui pengaruhnya antara satu dengan yang lain dalam proses desulfurisasi secara flotasi. Analisis dimensi diperlukan bila diketahui ada sejumlah variabel yang mempengaruhi suatu gejala fisik tetapi hubungan antara satu variabel dengan yang lainnya belum diketahui. Dengan analisa dimensi dapat ditunjukkan adanya hubungan antara kelompok bilangan tak berdimensi.

Langkah awal dilakukan formulasi *objective function* yang melibatkan semua variabel yang diperkirakan berpengaruh terhadap suatu obyek atau proses (McAdams, 1954, McCabe, 1976; Greenkorn, 1972). Terhadap variabel-variabel yang ada dalam persamaan *objective function* tersebut dilakukan analisis dimensi untuk selanjutnya dilakukan pengelompokan variabel-variabel sedemikian sehingga terbentuk *Kelompok Tidak berDimensi* (KTD). Berbagai metode yang dikenal dalam pebentukan KTD, diantaranya yang cukup dikenal adalah metode *Rayleigh* (McAdams, 1954, McCabe, 1976) dan metode *Buckingham's* atau bisa juga dengan cara inspeksi langsung (*inspection method*) (Greenkorn, 1972). Dalam artikel ini digunakan metode *Rayleigh*. Langkah terakhir, terhadap model empirik yang dihasilkan dalam bentuk KTD dilakukan validasi dengan cara membandingkan dengan data laboratorium.

Besaran mekanik dan KTD yang lazim

Tabel 1 disajikan sejumlah besaran (*quantity*) mekanik yang lazim diumpai beserta dimensinya masing-masing berdasarkan tiga kelompok dimensi dasar yaitu (McAdam; 1954) :

1. Dimensi dasar FMLt (gaya, massa, panjang dan waktu)
2. Dimensi dasar MLt (massa, panjang dan waktu)
3. Dimensi dasar FLt (gaya, panjang dan waktu)

Tabel 1. Besaran (*quantity*) mekanik dan dimensinya

Simbol	Besaran	Dimensi		
		FMLt	MLt	FLt
D, L	Diameter, panjang	L	L	L
v	Kecepatan	Lt ⁻¹	L t ⁻¹	L t ⁻¹

G	Pecepatan garfitasi	Lt ⁻²	L t ⁻²	L t ⁻²
g _c	Faktor konversi (=ma/F)	MLF ⁻¹ t ²	-	-
M	Massa	M	M	M
F	Gaya	F	ML t ²	F
W	Laju alir massa	Mt ⁻¹	Mt ⁻¹	FL ⁻¹ t
ρ	Bobot jenis (massa per satuan volum)	ML ⁻³	ML ⁻³	FL ⁻⁴ t ²
P	Tekanan	FL ⁻²	ML ⁻¹ t ⁻²	FL ⁻²
μ	Viskositas	ML ⁻¹ t ⁻¹	ML ⁻¹ t ⁻¹	FL ⁻² t
γ	Tegangan permukaan	FL ⁻¹	Mt ⁻²	FL ⁻¹

Tabel 2 disajikan beberapa *dimensionless groups* atau kelompok tidak berdimensi (KTD) yang lazim (Grenkorn; 1972):

Tabel 2. Kelompok tidak berdimensi (KTD)

Simbol	Nama	Definisi	Keterangan
C _D	Drag coefficient	$\frac{2F_D g_c}{\rho \mu_o^2 A_p}$	
N _{Eu}	Euler number	$\frac{\Delta P}{\rho \cdot v^2}$	$\frac{\text{pressure. force}}{\text{inertial. force}}$
N _{Re}	Reynolds number	$\frac{Dv\rho}{\mu}$	$\frac{\text{inertial. force}}{\text{viscous. force}}$
N _{Fr}	Froude number	$\frac{v^2}{gL}$	$\frac{\text{inertial. force}}{\text{gravity. force}}$
N _{We}	Weber number	$\frac{D\rho v^2}{\gamma}$	$\frac{\text{inertial. force}}{\text{int erfacial. forc}}$

Disamping KTD di atas, ada pula KTD faktor bentuk yaitu rasio antara besaran-besaran yang memiliki dimensi dasar yang sama, misalnya dalam penelitian ini:

L/D : (=LpD) KTD rasio antara besaran panjang/tinggi dan lebar/diameter koom

flotasi yang masing-masing memiliki dimensi dasar L

\bar{d}_p/D : KTD rasio antara besaran diameter rata-rata partikel batubara dan diameter kolom flotasi yang masing-masing memiliki dimensi dasar L

C_C/C_B : ($=R_t$) KTD rasio massa antara surfaktan CPO dan bahan batubara dalam campuran slurry yang masing-masing memiliki dimensi dasar M.

Algoritma Pemodelan

1. Dituliskan dimensi dasar masing-masing variable yang diperkirakan berpengaruh terhadap proses desulfurisasi secara flotasi, dipilih dimensi dasar **MLT** (Massa, Panjang dan Waktu) sebagai berikut:

- | | | | |
|--------------------------|---------------|-----|---------------------|
| a. Laju alir udara | : v | [=] | (L^3t^{-1}) |
| b. Diameter kolom | : D | [=] | (L) |
| c. Tinggi kolom | : L | [=] | (L) |
| d. Tekanan | : P | [=] | ($ML^{-1}t^{-2}$) |
| e. Waktu flotasi | : t | [=] | (t) |
| f. Diameter batubara | : \bar{d}_p | [=] | (L) |
| g. Densitas slurry | : ρ | [=] | (ML^{-3}) |
| h. Viskositas slurry | : μ | [=] | ($ML^{-1}t^{-1}$) |
| i. Konsentrasi ion H^+ | : C_H | [=] | (ML^{-3}) |
| j. Konsentrasi batubara | : C_B | [=] | (ML^{-3}) |
| k. Konsentrasi CPO | : C_C | [=] | (ML^{-3}) |
| l. Gravitasi | : g | [=] | (Lt^{-2}) |
| m. Tegangan permukaan | : γ | [=] | (Mt^{-2}) |
| n. Recovery Sulfur (%) | : R | [=] | () |

2. Didefinisikan bentuk umum *objective function* yang melibatkan semua variabel pada poin 1 di atas:

$$R = f [v, D, L, P, t, \bar{d}_p, \rho, \mu, C_H, C_B, C_C, g, \gamma] \dots (1)$$

atau dalam bentuk :

$$R = \alpha [v^{p1} D^{p2} L^{p3} P^{p4} t^{p5} \bar{d}_p^{p6} \rho^{p7} \mu^{p8} C_H^{p9} C_B^{p10} C_C^{p11} g^{p12} \gamma^{p13}] \dots (2)$$

3. Disubstitusikan dimensi dasar (MLt) (tabel 1) pada masing-masing variabel dalam persamaan *objective function* di atas, sebagai berikut :

$$(\) = \alpha [(L^3t^{-1})^{p1} (L)^{p2} (L)^{p3} (ML^{-1}t^2)^{p4} (t)^{p5} (L)^{p6} (ML^{-3})^{p7} (ML^{-1}t^{-1})^{p8} (ML^{-3})^{p9} (ML^{-3})^{p10} (ML^{-3})^{p11} (Lt^{-2})^{p12} (Mt^{-2})^{p13}]$$

4. Didentifikasi masing-masing dimensi dasar M, L dan t dalam persamaan dimensi di atas membentuk tiga persamaan sebagai berikut :

$$M : 0 = p4 + p7 + p8 + p9 + p10 + p11 + p13$$

$$L : 0 = 3p1 + p2 + p3 - p4 + p6 - 3p7 - p8 - 3p9 - 3p10 - 3p11 + p12$$

$$t : 0 = -p1 - 2p4 + p5 - p8 - 2p12 - 2p13$$

Di sini ada sebanyak N (= 13) variabel (p1 – p13) dengan 3 persamaan (M, L, t) sehingga ada 3 variabel yang dapat ditentukan secara bebas, sisa 10 variabel yang perlu dicari.

5. Misalkan dipilih p1, p2 dan p4, kemudian dinyatakan menjadi persamaan :

$$p4 = - (p7 + p8 + p9 + p10 + p11 + p13)$$

$$p2 = - (3p1 + p3 - p4 + p6 - 3p7 - p8 - 3p9 - 3p10 - 3p11 + p12)$$

$$p1 = -2p4 + p5 - p8 - 2p12 - 2p13$$

6. Dilakukan substitusi sedemikian rupa,

substitusi p4 ke p1 :

$$p1 = -2[- (p7 + p8 + p9 + p10 + p11 + p13)] + p5 - p8 - 2p12 - 2p13$$

$$p1 = -2[- (p7 + 1/2p8 + p9 + p10 + p11)] + p5 - 2p12$$

$$p1 = 2p7 + p8 + 2p9 + 2p10 + 2p11 + p5 - 2p12$$

$$p1 = p5 + 2p7 + p8 + 2p9 + 2p10 + 2p11 - 2p12$$

substitusi p1 dan p4 ke p2 :

$$p2 = - \{ 3[p5 + 2p7 + p8 + 2p9 + 2p10 + 2p11 - 2p12] + p3 - [-(p7 + p8 + p9 + p10 + p11 + p13)] + p6 - 3p7 - p8 - 3p9 - 3p10 - 3p11 + p12 \}$$

$$p2 = - \{ 3p5 + 4p7 + 3p8 + 4p9 + 4p10 + 4p11 - 5p12 + p3 + p13 + p6 \}$$

$$p2 = - 3p5 - 4p7 - 3p8 - 4p9 - 4p10 - 4p11 + 5p12 - p3 - p13 - p6$$

$$p2 = -p3 - 3p5 - p6 - 4p7 - 3p8 - 4p9 - 4p10 - 4p11 + 5p12 - p13$$

jadi ketiga persamaan p1, p2 dan p4 di atas dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$p1 = p5 + 2p7 + p8 + 2p9 + 2p10 + 2p11 - 2p12$$

$$p2 = -p3 - 3p5 - p6 - 4p7 - 3p8 - 4p9 - 4p10 - 4p11 + 5p12 - p13$$

$$p4 = -p7 - p8 - p9 - p10 - p11 - p13$$

7. Disubstitusikan variabel p1, p2 dan p4 ke persamaan *objective function* semula (2) :

$$R = \alpha [v^{p5+2p7+p8+2p9+2p10+2p11-2p12} D^{-p3-3p5-p6-4p7-3p8-4p9-4p10-4p11+5p12-p13}] L^{p3} P^{-p7-p8-p9-p10-p11-p13} t^{p5} \bar{d}_p^{p6} \rho^{p7} \mu^{p8} C_H^{p9} C_B^{p10} C_C^{p11} g^{p12} \gamma^{p13}$$

$$R = \alpha \{ [v \cdot D^{-3} t]^{p5} [v^2 \cdot D^{-4} \cdot P^{-1} \cdot \rho]^{p7} [v \cdot D^{-3} \cdot P^{-1} \cdot \mu]^{p8} [v^2 \cdot D^{-4} \cdot P^{-1} \cdot C_H]^{p9} [v^2 \cdot D^{-4} \cdot P^{-1} \cdot C_B]^{p10} [v^2 \cdot D^{-4} \cdot P^{-1} \cdot C_C]^{p11} [v^2 \cdot D^5 \cdot g]^{p12} [D^{-1}]^{p3} [D^{-1}]^{p6} [D^{-1}]^{p13} L^{p3} [P^{-1}]^{p13} [\bar{d}_p]^{p6} [\rho]^{p13} \}$$

$$R = \alpha \{ [L \cdot D^{-1}]^{p3} [v \cdot D^{-3} t]^{p5} [\bar{d}_p \cdot D^{-1}]^{p6} [v^2 \cdot D^{-4} \cdot P^{-1} \cdot \rho]^{p7} [v \cdot D^{-3} \cdot P^{-1} \cdot \mu]^{p8} [v^2 \cdot D^{-4} \cdot P^{-1} \cdot C_H]^{p9} [v^2 \cdot D^{-4} \cdot P^{-1} \cdot C_B]^{p10} [v^2 \cdot D^{-4} \cdot P^{-1} \cdot C_C]^{p11} [v^2 \cdot D^5 \cdot g]^{p12} [\gamma \cdot P^{-1} \cdot D^{-1}]^{p13} \}$$

Atau:

$$R = \alpha \left\{ \left(\frac{L}{D} \right)^{p3} \left(\frac{v t}{D^3} \right)^{p5} \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^{p6} \left(\frac{v^2 \cdot \rho}{D^4 \cdot P} \right)^{p7} \left(\frac{v \cdot \mu}{D^3 \cdot P} \right)^{p8} \left(\frac{v^2 \cdot C_H}{D^4 \cdot P} \right)^{p9} \left(\frac{v^2 \cdot C_B}{D^4 \cdot P} \right)^{p10} \left(\frac{v^2 \cdot C_C}{D^4 \cdot P} \right)^{p11} \left(\frac{D^5 \cdot g}{v^2} \right)^{p12} \left(\frac{\gamma}{D \cdot P} \right)^{p13} \right\}$$

.... (3)

Di sini terbentuk sebanyak 10 KTD (= N - jumlah dimensi dasar yaitu 13 - 3).

8. Diatur sedemikian rupah KTD di dalam persamaan 3 untuk menyesuaikan dengan KTD yang sudah lazim (table 2) sebagai berikut :

$$KTD1 = \left(\frac{L}{D} \right)$$

KTD1 menunjukkan dimensi kolom (LpD)

KTD2 =

$$\left(\frac{v \cdot t}{D^3} \right) = \left(\frac{v \cdot t}{\frac{1}{4} \pi D^2 L} \right) = \left(\frac{v \cdot t}{\frac{1}{4} \pi \left(\frac{L}{D} \right) D^3} \right) = \left(\frac{v \cdot t}{V} \right)$$

KTD2 menunjukkan konsumsi udara flotasi

Makna lain KTD2 menunjukkan rasio antara waktu flotasi dan waktu tinggal udara dalam kolom flotasi (= τ). KTD1 sudah terwakili dalam KTD2 sehingga dalam formulasi KTD1 tidak perlu lagi dicantumkan secara eksplisit. Dalam sebuah *objective function*, KTD tidak boleh muncul lebih dari satu kali.

$$KTD3 = \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)$$

KTD3 menunjukkan rasio diameter partikel terhadap diameter kolom

$$KTD4: \left(\frac{v^2 \cdot \rho}{D^4 \cdot P} \right) = \left(\frac{D^4 \cdot v_L^2 \cdot \rho}{D^4 \cdot P} \right) = \left(\frac{v_L^2 \cdot \rho}{P} \right) = (N_{Eu})$$

KTD4 menunjukkan *Euler number*

$$KTD5 = \left(\frac{v \cdot \mu}{D^3} \right) = \left(\frac{(D^2 \cdot v_L) \cdot \mu}{D^3 (M \cdot D^{-1} t^{-2})} \right) = \left(\frac{(D^2 \cdot v_L) \cdot \mu}{(M \cdot D^2 t^{-2})} \right) = \left(\frac{(D^2 \cdot v_L) \cdot \mu}{M \cdot v_L^2} \right) = \left(\frac{D^2 \cdot \mu}{M \cdot v_L} \right) = \left(\frac{\mu}{M \cdot D^{-3} \cdot D \cdot v_L} \right) = \left(\frac{\mu}{\rho \cdot v_L \cdot D} \right) = \left(\frac{1}{N_{Re}} \right)$$

KTD5 menunjukkan *Reynolds number*

$$KTD6 = \left(\frac{v^2 \cdot C_H}{D^4 \cdot P} \right) = \left(\frac{(D^6 \cdot t^{-2}) \cdot C_H}{D^4 (M \cdot D^{-1} t^{-2})} \right) = \left(\frac{C_H}{M \cdot D^{-3}} \right) = \left(\frac{C_H}{\rho} \right)$$

KTD6 dinyatakan dalam pH

KTD7 analog dengan uraian KTD6, diperoleh :

$$KTD7 = \left(\frac{C_B}{\rho} \right)$$

KTD8 juga analog dengan uraian KTD6, diperoleh :

$$KTD8 = \left(\frac{C_C}{\rho} \right)$$

Rasio KTD7 dan KTD8, adalah rasio CPO terhadap batubara (=R_t) : $R_t = \left(\frac{C_C}{C_B} \right)$

$$KTD9 = \left(\frac{D^5 g}{v^2} \right) = \left(\frac{D^4 (D \cdot g)}{D^4 \cdot v_L^2} \right) = \left(\frac{D \cdot g}{v_L^2} \right) = \left(\frac{1}{N_{Fr}} \right)$$

KTD9 menunjukkan *Froude number*

$$KTD10 : \left(\frac{\gamma}{D \cdot P} \right) = \left(\frac{\gamma}{D \cdot (M \cdot D^{-1} t^{-2})} \right) = \left(\frac{\gamma}{M \cdot t^{-2}} \right) = \left(\frac{\gamma}{M \cdot t^{-2}} \right) \left(\frac{D^3}{D^3} \right) = \left(\frac{D^3}{M} \cdot \frac{\gamma}{D \cdot (D^2 t^{-2})} \right) = \left(\frac{\gamma}{\rho \cdot D \cdot v_L^2} \right) = \left(\frac{1}{N_{We}} \right)$$

KTD10 menunjukkan *Weber number*

9. Disusun kembali *objective function* (3) berdasarkan KTD yang lazim sebagai berikut:

$$R = \alpha \left\{ \left(\frac{v \cdot t}{V} \right)^{p5} \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^{p6} (N_{Eu})^{p7} \left(\frac{1}{N_{Re}} \right)^{p8} (7 - pH)^{p9} (R_t)^{p11-p10} \left(\frac{1}{N_{Fr}} \right)^{p12} \left(\frac{1}{N_{We}} \right)^{p13} \right\} \quad (4)$$

10. Disederhanakan dan disusun kembali *objective function* (4) berdasarkan KTD yang diamati dalam penelitian, (dalam penelitian, dibatasi pengamatan pada KTD 1/2, 3, 6 dan 7/8, KTD lainnya dibuat

konstan), diperoleh: $R = \alpha' \left\{ \left(\frac{v.t}{V} \right)^{p5} \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^{p6} (7 - pH)^{p9} (R_t)^{p11-p10} \right\}$ (5)

dimana

$$\alpha' = \alpha \left\{ (N_{Eu})^{p7} \left(\frac{1}{N_{Re}} \right)^{p8} \left(\frac{1}{N_{Fr}} \right)^{p12} \left(\frac{1}{N_{We}} \right)^{p13} \right\}$$
 (6)

untuk memudahkan, simbol power didefinisikan kembali menjadi: p5 = c1; p6 = c2 p11-p10 = c3 dan p9 = c4, sehingga persamaan menjadi :

$$R = \alpha' \left\{ \left(\frac{v.t}{V} \right)^{c1} \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^{c2} (R_t)^{c3} (7 - pH)^{c4} \right\}$$
 (7)

dimana α' = konstanta dan v = volume,

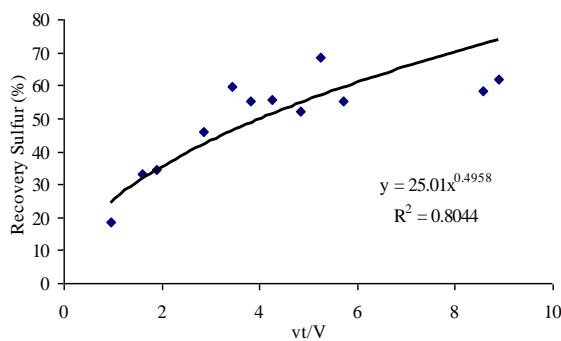
$$V = (1/4\pi D^2)L = 1/4\pi \left(\frac{L}{D} \right) D^3$$

11. Dicari nilai power c1- c4 pada persamaan KTD (7), berdasarkan data laboratorium yang tersedia (tabel 4). Penentuan konstanta c1-c4 dengan cepat dapat menggunakan program *Power Function* pada *Microsoft Excel Windows Xp*. Penentuan c1, dilakukan dengan prinsip variabel atau KTD dalam komponen c1 dibuat variasi, KTD lainnya dibuat tetap, jadi persamaan 7 disederhanakan menjadi:

$$R = P_1 \left(\frac{v.t}{V} \right)^{c1}, \text{ dimana}$$

$$P_1 = \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^{c2} R_t^{c3} (7 - pH)^{c4} = \text{konstan}$$

diinputkan data penelitian yaitu data t, LpD, v dan R pada MS Excel, kemudian dihitung $V = 1/4\pi \left(\frac{L}{D} \right) D^3$ dan $X = v.t/V$. Plot grafik Y (=R) versus X (=v.t/V) dan pilih grafik power function, diperoleh :



Gambar 1. Recovery sulfur sebagai fungsi KTD1, pendekatan power function

Pada grafik terbaca nilai c1 = 0,4958

Dengan cara analog nilai power c2, c3 dan c4 dapat ditentukan, seperti dirangkum hasilnya dalam tabel 3

Tabel 3. Nilai power c1-c4

i	KTD	Ci
1	vt/V	0.4958
2	dp/D	-0.1289
3	Rt	0.0823
4	7-pH	0.0027

12. Disederhanakan persamaan *objective function* (7) dengan mengeliminasi KTD yang memiliki nilai power yang kecil ($c_i \cong 0$), dalam hal ini KTD3 dan KTD4 diabaikan, sehingga diperoleh :

$$R = \alpha' \left(\frac{v.t}{V} \right)^{0,4958} \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^{-0,1289}$$
 (8)

13. Nilai konstanta α' dalam persamaan (8) merupakan nilai slope yang dapat dicari berdasarkan semua data laboratorium. Menggunakan bantuan program *linear function* diperoleh nilai slope $\alpha' = 10,882$. Persamaan 8 dapat ditulis kembali :

$$R = 10,882 \left(\frac{v.t}{V} \right)^{0,4958} \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^{-0,1289}$$
 (9)

Namun ternyata persamaan 8 memberikan nilai ralat rata-rata relatif besar terhadap data-data laboratorium yaitu 24%, maka persamaan 8 tidak (kurang) tepat dipakai. Alternatifnya dilakukan pendekatan persamaan polinomial.

14. Diselidiki pengaruh masing-masing KTD yang signifikan dalam persamaan 8 dalam bentuk persamaan polinomial (orde 2 atau 3) berdasarkan data laboratorium yang tersedia (table 4) dengan bantuan program *Polynomial Function* pada *Microsoft Excel Windows Xp*.

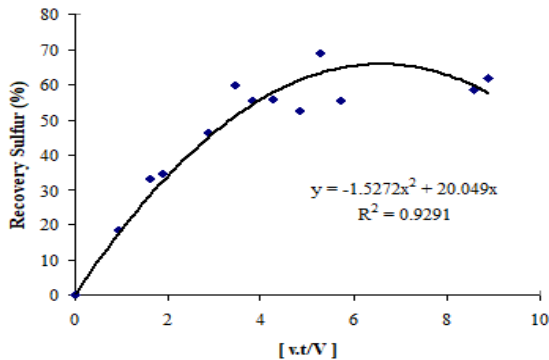
Penentuan Persamaan Polinomial

$$R = f(v.t/V)$$

Diinputkan data t, LpD, v dan R kemudian hitung volume $V = 1/4\pi \left(\frac{L}{D} \right) D^3$ dan $X = v.t/V$ seperti yang dilakukan pada penentuan konstanta c1. Plot grafik Y (=R) versus X (= v.t/V) dan pilih grafik polinomial

function, orde polinomial n dicoba (1-6) dengan prinsip dipilih orde n yang yang lebih rendah namun memberikan koefisien korelasi mendekati satu atau minus satu. Diperoleh persamaan polinomial orde 2 seperti pada grafik gambar 3.

$$R_{v.t/V} = 20,049 \left(\frac{v.t}{V}\right) - 1,5272 \left(\frac{v.t}{V}\right)^2 \dots\dots\dots (10)$$



Gambar 2. Recovery sulfur sebagai fungsi KTD1, pendekatan polynomial function

Dengan cara analog, penentuan persamaan polinomial $R = f(\bar{d}_p/D)$ dapat dilakukan, diperoleh :

$$R_{\bar{d}_p/D} = 91084 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right) - 3E7 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right)^2 \dots\dots\dots (11)$$

15. Disusun persamaan gabungan :

$$R = \beta \left\{ 20,049 \left(\frac{v.t}{V}\right) - 1,5272 \left(\frac{v.t}{V}\right)^2 \right\} \left\{ 91084 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right) - 3E7 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right)^2 \right\} \dots\dots\dots (12)$$

16. Diasumsikan persamaan 12 di atas sebagai bentuk linear :

$$R = \beta X \dots\dots\dots (13)$$

dimana β adalah nilai konstanta, dan

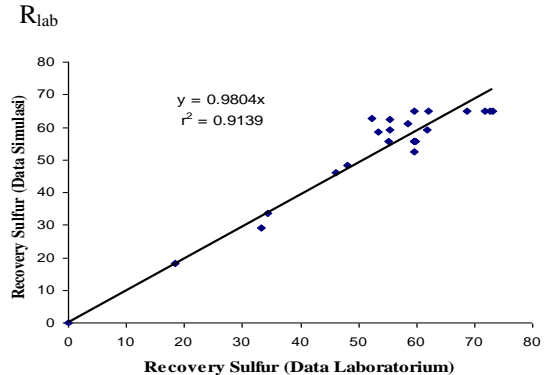
$$X = \left\{ 20,049 \left(\frac{v.t}{V}\right) - 1,5272 \left(\frac{v.t}{V}\right)^2 \right\} \left\{ 91084 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right) - 3E7 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right)^2 \right\} \dots\dots\dots (14)$$

17. Dicari nilai konstanta β berdasarkan semua data laboratorium yang tersedia (digunakan program linear Function pada Microsoft Excel Windows Xp), maka diperoleh nilai konstanta $\beta = 0.0153$, dan persamaan 12 dapat dituliskan kembali :

$$R = 0,0153 \left\{ 20,049 \left(\frac{v.t}{V}\right) - 1,5272 \left(\frac{v.t}{V}\right)^2 \right\} \left\{ 91084 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right) - 3E7 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right)^2 \right\} \dots\dots\dots (15)$$

18. Validasi persamaan (15), dengan cara :

- a. dicari ralat rata-rata dengan membandingkan data laboratorium (R_{lab}) dengan data hasil hitungan simulasi (R_{hit}). Diperoleh ralat rata-rata relatif kecil yaitu 6,95%.
- b. dicari korelasi matematis antara recovery sulfur simulasi dengan recovery sulfur berdasarkan data laboratorium (R_{lab}). Diperoleh korelasi : $R = 0,9804$



Gambar 3. Korelasi Recovery Sulfur Simulasi dengan Data Laboratorium

19. Disimpulkan bahwa karena ralat rata-rata $\leq 10\%$ dan koefisien korelasi mendekati 1 (poin 19) maka persamaan simulasi (15) cukup valid sebagai model empirik dalam desulfurisasi batubara secara flotasi menggunakan surfaktan CPO.

20. Berdasarkan persamaan simulasi ini diperoleh hasil hitungan optimasi analisis, yaitu $(\bar{d}_p/D)_{opt} = 0,0015$ dan $(v.t/V)_{opt} = 6,5647$ yang memberikan sulfur sisa minimum 0,99 % atau recovery sulfur maksimum $R_{max} 70\%$ dengan ralat 2,78%. Persamaan simulasi ini berlaku untuk range nilai masing-masing KTD terbatas, yaitu $0 \leq [v.t / V] \leq 14$ dan $0 < [\bar{d}_p/D] \leq 3.10^{-3}$

Optimasi Desulfurisasi

Berdasarkan model empirik desulfurisasi yang telah berhasil dirumuskan di atas (persamaan 15) sebagai objective function recovery sulfur yang dipengaruhi dua KTD signifikan. Diferensial parsial terhadap masing-masing KTD, diperoleh :

$$\frac{\partial R}{\partial \left(\frac{v.t}{V}\right)} = 0,3067 - 0,0467 \left(\frac{v.t}{V}\right) \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right)} = 1393,5852 - 9,18E5 \left(\frac{\bar{d}_p}{D}\right) \dots\dots\dots (17)$$

Nilai masing-masing KTD optimum diperoleh dengan syarat kedua persamaan diferensial tersebut di buat sama dengan nol. Jadi diperoleh nilai KTD1 optimum : $(v.t/V)_{opt} = 6,5640$, dan KTD2 optimum : $(\bar{d}_p/D)_{opt} = 0,0015$.

Bila nilai-nilai KTD optimum ini dimasukkan ke dalam persamaan 15 maka diperoleh recovery sulfur maksimum $R_{max} = 69,60$ % atau sulfur sisa minimum dalam batubara hasil flotasi, $S_{min} = 0,9970$ %. Dibandingkan dengan data laboratorium, yaitu $R_{max} = 71,82$ %, maka terdapat perbedaan kecil antara perhitungan simulasi dengan data laboratorium dengan ralat 2,78%. Hitungan optimasi ini merupakan petunjuk lain bahwa model empirik persamaan 15 cukup valid.

KESIMPULAN

Model empirik sebagai formula matematik bermanfaat untuk menggeneralisasi suatu fenomena, dengan model empirik tersebut bisa dilakukan prediksi terhadap sifat fisik suatu fenomena. Dengan analisis dimensi dapat ditunjukkan adanya hubungan antara kelompok bilangan tak berdimensi, dimana model empiric dapat disusun dan dinyatakan dalam bentuk KTD.

Berdasar contoh kasus hasil penelitian fenomena desulfurisasi batubara secara flotasi menggunakan surfaktan CPO, dari 6 variabel yang diamati setelah dilakukan analisis dimensi dengan metode Rayleigh, diperoleh dua KTD yang signifikan terhadap recovery sulfur batubara (R), dengan model empiric:

$$R = 0,0153 \left\{ 20,049 \left(\frac{v.t}{V} \right) 1,5272 \left(\frac{v.t}{V} \right)^2 \right\} \left\{ 91084 \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right) - 3E7 \left(\frac{\bar{d}_p}{D} \right)^2 \right\}$$

Tingkat validasi model empirik tersebut cukup baik dengan ralat cukup rendah 2,78%.

DAFTAR PUSTAKA

Aladin, A. Takdir Syarif, 2019, "Penyelesaian Numeris", Journal of Chemical Process Engineering, Department of Chemical

Engineering, Faculty of Industrial Technology, Universitas Muslim Indonesia, Makassar-Indonesia

Aladin, A., 2006, "Desulfurisasi Batubara Asal Sulawesi Secara Flotasi Menggunakan Surfaktan Crude Palm Oil (CPO)", Disertasi S3, Teknik Kimia FTI ITS Surabaya

Aladin, A., Roesyadi, A, dan Mahfud, 2006, "Desulfurisasi Batubara Asal Sulawesi Secara Flotasi", *Jurnal Industri*, FTI ITS Surabaya

Atmojo, P.S., Sachro, S.S., dan Budienny, B., 2014, "Penggunaan Analisis Dimensi untuk Mencari Korelasi Antar Variabel pada Uji Model Hidrolik", *Jurnal Teknik Sipil (Jurnal Teoretis dan Terapan Bidang Rekayasa Sipil)* Vol. 21 No. 3 Desember 2014.

Al-Fariss, T.F., El-Aleem, F.A.A., and Al-Qahtani, M.S., 2002, "The Application Of Column Flotation Technology in The Beneficiation Of Saudi Phosphate Ores", *The Proceedings of RSCE and 16th SOMChE*, 28-30 Oct 2002, Malaysia.

Bayrak N., O'Donnell, J., A., and Toroglu, I., 2000, "Reduction of Fine Coals by Column Flotation" *paper #918*, (www.google.com , 2004)

Kirk, R. E. dan D. F. Othmer, 1980, "Encyclopedia of Chemical Technology", Third edition, Vol. 10, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 523-545

McAdams, W.H., 1954, "Transfer Operations", McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, pp. 126 – 135.

McCabe, W.L. and Smith, J.C., 1976 "Unit Operations of Chemical Engineering", McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, pp. 984 – 990.

Tsai, S., C., 1985, "Effects of Surface Chemistry and Particulate Size and Density on Froth Flotation of Fine Coal", *Journal of Colloids Surfaces*, Vol. 16, pp. 323-336.

Lampiran:

Table 4. Data sulfur total batubara hasil desulfurisasi pada berbagai variable flotasi:

No	Variabel (diameter kolom D=9,5 cm)						Sulfur sisa (%)	Sulfur recovery (%)
	t (menit)	LpD	pH	v (liter/menit)	\bar{d}_p (μm)	R_t C/B		
01	10	19	6	1,22	169	½	2,6733	18,4975
02	20	19	6	1,22	169	½	2,1523	34,3817
03	30	19	6	1,22	169	½	1,7660	46,1597
04	40	19	6	1,22	169	½	1,4679	55,2483
05	60	19	6	1,22	169	½	1,4631	55,3920
06	90	19	6	1,22	169	½	1,3613	58,4955
07	40	21	6	1,22	169	½	1,3248	59,6107
08	40	19	6	1,22	169	½	1,4679	55,2483
09	40	17	6	1,22	169	½	1,4592	55,5119
10	40	15	6	1,22	169	½	1,5680	52,1947
11	40	13	6	1,22	169	½	2,0917	36,2283
12	40	11	6	1,22	169	½	2,3259	29,0887
13	40	21	4	1,22	169	½	1,3175	59,8332
14	40	21	5	1,22	169	½	1,3233	59,6549
15	40	21	6	1,22	169	½	1,3248	59,6107
16	40	21	6,5	1,22	169	½	1,3281	59,5088
17	40	21	7	1,22	169	½	2,3164	29,3773
18	40	21	8	1,22	169	½	2,9019	11,5264
19	40	21	6,5	0,57	169	½	2,1904	33,2197
20	40	21	6,5	1,22	169	½	1,3281	59,5088
21	40	21	6,5	1,86	169	½	1,0293	68,6203
22	40	21	6,5	3,14	169	½	1,2486	61,9333
23	40	21	6,5	4,43	169	½	1,6274	50,3850
24	40	21	6,5	5,72	169	½	1,7511	46,6139
25	40	21	6,5	1,86	220	½	1,7016	48,1214
26	40	21	6,5	1,86	169	½	1,0293	68,6203
27	40	21	6,5	1,86	121	½	0,8946	72,7247
28	40	21	6,5	1,86	93	½	1,5269	53,4468
29	40	21	6,5	1,86	66	½	-	-
30	40	21	6,5	1,86	121	1	0,8807	73,1486
31	40	21	6,5	1,86	121	½	0,8946	72,7247
32	40	21	6,5	1,86	121	¼	0,9243	71,8187
32a	40	21	6,5	1,86	121	¼	1,8652	-
32b	40	21	6,5	1,86	121	¼	0,4870	-
33	40	21	6,5	1,86	121	1/8	1,2445	62,0578
34	40	21	6,5	1,86	121	1/16	1,3276	59,5252
35	40	21	6,5	1,86	121	0	-	-

Sumber: Data penelitian disertasi, Andi Aladin, 2006